

# Grundläggande matematisk statistik

## Uppgifter

Alm, Britton: Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar,  
ISBN 978-91-47-05351-3

Blom et al. , Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar,  
ISBN 91-44-02442-8

Uwe Menzel, 2017

[uwe.menzel@slu.se](mailto:uwe.menzel@slu.se)

[www.matstat.de](http://www.matstat.de)

315. Antag att antalet malariaparasiter per ml blod hos en malariasmittad individ är normalfördelat med väntevärde 3200 och standardavvikelse 1000, medan barn har samma standardavvikelse men väntevärde 4000. Kraftig feber brukar inträffa när parasitnivån överstiger 5000. Hur stor del av barnen bör få kraftig feber respektive hur stor andel av de vuxna?

325. Ett bostadsområde planeras för 1000 hushåll. Sannolikheterna för ingen bil, en bil och två bilar i ett hushåll antas vara 0.3, 0.6 respektive 0.1. Hur många parkeringsplatser skall minst planeras om sannolikheten för att alla bilar skall få plats skall vara minst 0.9 ?

svart? – använd CGS!

304. Erik har fyra glödlampor; tre är av typ A och en av typ B. Alla livslängder är oberoende och exponentialfördelade med väntevärden 100 timmar för A och 200 timmar för B. När Erik behöver en ny lampa tar han en slumpmässigt och noterar därefter att den fortfarande fungerar när det gått 200 timmar. Vad är då sannolikheten att Erik har valt en A-lampa?

svart – eller?

326. I den vänstra skålen på en balansvåg placeras 7 äpplen vars vikter, i gram, kan anses vara oberoende och  $N(150, 20^2)$ . I den högra placeras ett kålhuvud vars vikt är oberoende av äpplenas och  $N(1000, 50^2)$ . Hur stor är sannolikheten att den vänstra sidan väger ned?

328. Torsten får ofta köpa nya batterier till barnens elektriska bilbana. Han brukar köpa batterier av märket Extra som har en livslängd med väntevärde 15 och standardavvikelse 5 timmar. Nu har det emellertid kommit ut en ny (dyrare) typ Ultra med en livslängd som enligt reklamen är *mer än fördubblad*. Antag att Ultra-batterier har livslängder med väntevärde 35 och standardavvikelse 10 timmar och att alla livslängder är oberoende och normalfördelade. Testa reklamens påstående genom att beräkna sannolikheten att

- a) ett Ultra-batteri har mer än dubbelt så lång livslängd som ett Extra-batteri,
- b) ett Ultra-batteri har längre livslängd än den sammanlagda livslängden hos två Extra-batterier.

OBS:  $X + X$  har inte samma fördelning som  $2X$  !  
(annan varians)

### ÖVNING 7.6.11

Möbelfabrikanten *AKIE* har fått klagomål från en del kunder som hävdar att det är krångligare att montera *AKIE*'s bokhylla än motsvarande hylla från konkurrenten *OMI*.

För att undersöka detta anlitar *AKIE* 10 försökspersoner som var och en får montera en hylla av vardera fabrikatet. Ordningen slumpas för varje person. Resultat (tider i minuter):

| Typ\Person | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| AKIE       | 66 | 63 | 78 | 48 | 41 | 79 | 53 | 55 | 81 | 69 |
| OMI        | 55 | 48 | 78 | 43 | 39 | 73 | 59 | 49 | 86 | 55 |

Observationerna kan antas komma från normalfördelningar.

Finns det fog för kundernas klagomål?

beräkna (tvåsidigt) KI, inget test

#### ÖVNING 7.6.14

En tärning misstänks vara manipulerad så att den ger sexa oftare än normalt. För att testa detta kastades tärningen 144 gånger varvid 32 sexor erhöles. Är misstanken berättigad?

beräkna (tvåsidigt) KI, inget test

#### ÖVNING 7.5.4

Låt  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  vara ett stickprov från  $N(\mu, \sigma^2)$ , där både  $\mu$  och  $\sigma^2$  är okända.

- a) Utnyttja Sats 7.11 för att härleda ett konfidensintervall för  $\mu$  med konfidensgrad  $1 - \alpha$ .
- b) Beräkna intervallet numeriskt då  $n = 10$ ,  $\bar{x} = 9.5$ ,  $s = 0.2$  och den önskade konfidensgraden är 95 %.
- c) Beräkna som jämförelse motsvarande intervall då  $\sigma = 0.2$  är känt.

### ÖVNING 7.6.15

Man vill jämföra träffsäkerheten hos två skidskyttar, Adam och Beda, och har tillgång till deras skytteresultat under året, både i liggande och stående skytte, vilket sammanfattas i följande tabell.

|                 | Liggande    | Stående     |
|-----------------|-------------|-------------|
| Adam, # skott   | 200 $\mu_1$ | 200 $\mu_2$ |
| Adam, # träffar | 160 $x$     | 140 $y$     |
| Beda, # skott   | 300         | 300         |
| Beda, # träffar | 270         | 250         |

via konfidensintervall

Besvara följande frågor vid (approximativt) 5 % felrisk.

- Har Adam signifikant högre träffsannolikhet i liggande än i stående?
- Finns det någon signifikant skillnad i träffsannolikhet mellan Adam och Beda i liggande?
- Finns det någon signifikant skillnad i träffsannolikhet mellan Adam och Beda i stående?
- Beräkna ett konfidensintervall för skillnaden i träffsannolikhet mellan liggande och stående skytte för Beda.

### ÖVNING 9.2.3

Betrakta de 5 observationsparen (12.2, 279), (16.1, 327), (23.1, 398), (24.8, 401), (30.9, 456). Ansätt en enkel linjär regression och skatta interceptet  $\alpha$  och lutningskoefficienten  $\beta$ .

**12.21** Överhöjningen är en ibland en kritisk kvalitetsegenskap hos monteringsfärdiga betongelement. Man ville undersöka om det var någon skillnad i detta avseende mellan element från två olika fabriker  $A$  och  $B$ . Man tog därför slumpmässigt ut 9 respektive 16 betongelement ur produktionen från fabrik  $A$  respektive  $B$ . Observationerna kan anses vara stickprov från oberoende stokastiska variabler  $X$  och  $Y$  som är  $N(\mu_A, \sigma)$  respektive  $N(\mu_B, \sigma)$ . Följande värden erhöles:

$$\begin{array}{llll} A : & \bar{x} = 18.1 & s_1 = 5.0 & n_1 = 9 \\ B : & \bar{y} = 14.6 & s_2 = 7.1 & n_2 = 16. \end{array}$$

Beräkna ett 99 % konfidensintervall för  $\mu_A - \mu_B$ .

**12.30** En kemist undersöker föroreningarna i Motala ström. Bland annat är han intresserad av föroreningarna från en viss industri längs strömmen. Han tar därför under 70 olika dagar 30 prover uppströms och 40 prover nedströms räknat från den aktuella industrin och mäter storleken av en viss förorening i samtliga prov. Eftersom proven togs under olika dagar så kan de antas oberoende. Följande data har erhållits:

|           | Medelvärde | Standardavvikelse |
|-----------|------------|-------------------|
| Uppströms | 13.2       | 2.8               |
| Nedströms | 86.1       | 38.7              |

Värdena nedströms var ibland små, 10–15, och ibland mycket stora 80–150 vilket gör att observationerna inte kan antas komma från en normalfördelning. Bilda ett approximativt 95 % konfidensintervall som kan användas för att bedöma nedsmutningen från den aktuella industrin.

CGS

**12.31** Ur ett stort varuparti tog man ut ett stickprov om 600 enheter. Av dessa befanns 24 vara felaktiga. Bestäm ett konfidsensintervall med approximativ konfidsensgrad 95 % för  $p =$  bråkdelen felaktiga enheter i partiet.

**12.32** (Forts. från problem 12.31.) Hur stort stickprov måste man ta för att med 95 % konfidsensgrad kunna uppskatta  $p$  på 0.005 när

- a) om  $p$  är helt okänd?
- b) om det är känt att  $0 < p < 0.04$ ?

**14.2** I det numeriska materialet  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ , har man beräknat,

$$\sum x_i = 12.0, \quad \sum x_i^2 = 18.40, \quad \sum y_i = 15.0, \quad \sum y_i^2 = 27.86, \quad \sum x_i y_i = 20.40.$$

Materialet beskrivs av en regressionsmodell  $y_i = \alpha + \beta x_i + z_i$  där  $z_1, \dots, z_{10}$  är oberoende observationer från  $N(0, \sigma)$ . Beräkna 95 % konfidsensintervall för  $\beta$  och  $\alpha$ .

- 14.3** För en triod bestämde man anodströmmen  $I_a$  (enhet: mA) för några olika galler-spänningar  $V_g$  (enhet: volt) varvid anodspänningen  $V_a$  hölls konstant på 100 volt. Två oberoende mätningar gjordes för varje inställning av galler-spänningen. Man fick följande värden:

| $V_g$ | -4.00 | -3.50 | -3.00 | -2.50 | -2.00 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $I_a$ | 1.0   | 1.5   | 3.0   | 3.9   | 4.9   |
|       | 1.3   | 1.7   | 2.7   | 3.4   | 5.9   |

Antag att linjär regression föreligger och att mätfelen är normalfördelade. Bilda ett konfidensintervall för rörets branthet (regressionslinjens lutning) med konfidensgraden 0.95.